

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA och GÖTEBORGS UNIVERSITET

FUF045/FYP302 - Speciell Relativitetsteori. 2023-01-13

Examinator: Gabriele Ferretti rum: Origo 6111
tel. 0721582259 email: ferretti@chalmers.se

OBS: Nästa granskningstillfälle: Fredag 2023-02-10, kl 17:00 i Origo 6115

Hjäpmedel:

- Chalmersgodkänd miniräknare.
- Physics Handbook

Betygsgränser:

Del 1 innehåller 4 enklare uppgifter, varav man kan få 10 poäng/uppgift.

Del 2 innehåller 2 mer konceptuella uppgifter (20 poäng/uppgift).

För att nå godkänt (nivå 3 eller G) räcker det med 25 poäng i Del 1. (Bonuspoäng kan inte användas för det.)

CTH: För att få överbetyg 4 måste man ha minst 30 poäng i Del 1, samt minst 25 poäng när man räknar ihop bonus poäng plus Del 2.

CTH: För att få överbetyg 5 måste man ha minst 35 poäng i Del 1, samt minst 35 poäng när man räknar ihop bonus poäng plus Del 2.

GU: För att få överbetyg VG måste man ha minst 30 poäng i Del 1, samt minst 30 poäng när man räknar ihop bonus poäng plus Del 2.

Del 1

1

En av partiklarna med den högsta energin som någonsin uppmätts i kosmisk strålning (kallat *OMG-particle* på grund av den extremt höga energin) hade en energi $E = 3.2 \cdot 10^{20}$ eV. Anta att OMG var en proton som krockade med en annan proton som var i vila i atmosfär. Beräkna den totala energin i deras masscentrum. (Proton massa: $938 \text{ MeV}/c^2$)

2

En supernova rör sig i radiell riktning från oss med hastighet v . En syreatom i vila har en spektrallinje med våglängd 558 nm (grön). Beräkna den minimala och maximala hastigheten av supernovan så att samma spektrallinje från syreatomen i supernovan ser röd ut från Jorden. (Röd har våglängden ungefär mellan 620 och 750 nm).

3

En ω meson sönderfaller till tre pioner, två laddade och en neutral: $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. De laddade pionerna π^+ , π^- är långlivade och man mäter deras rörelsemängd $\mathbf{p}_{\pi^+} = (3.92, 12.4, 66.2)$ MeV, $\mathbf{p}_{\pi^-} = (-34.5, -44.6, 1038.0)$ MeV. Vi vet också att deras massa är $m_{\pi^+} = m_{\pi^-} = 139.57$ MeV. Däremot är den neutrala pionen π^0 instabil och sönderfaller omedelbart till två fotoner ($\pi^0 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$) med rörelsemängd som vi uppmäter till $\mathbf{p}_{\gamma_1} = (43.5, 75.1, 64.7)$ MeV, $\mathbf{p}_{\gamma_2} = (-43.1, 30.5, -38.2)$ MeV. Utifrån dessa mätningar beräkna:

- π^0 massan
- ω massan

4

Ett rymdskepp reser med konstant hastighet till en stjärna 10 ljusår bort, på en tid som dess besättning anser vara bara 5 år. Vad är rymdskeppets hastighet? Skeppet vänder sedan och åker tillbaka till jorden med samma hastighet. Hur lång tid tar hela resan ur jordens synvinkel?

Del 2

A

Skriv Lorentzkraften F_μ i fyrdimensionell notation (d.v.s. med den elektromagnetiska fälttensorn $F_{\mu\nu}$) och visa att den bevarar vilomassan av en partikel. (Här behöver du inte använda det explicita uttrycket av $F_{\mu\nu}$ i termer av \mathbf{E} och \mathbf{B} .) Diskutera hur $\mathbf{F}_{\text{rel}} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ uppstår från F_μ och rollen av den nolte komponenten F_0 .

B

- Härled den allmänna formeln för tröskelenergi. Vad betyder det om formeln ger ett negativt värde?
- Härled den allmänna formeln för rörelsemängd av sönderfallsprodukter i en $1 \rightarrow 2$ process, där den sönderfallande partikeln är i vila. Vilka krav måste de tre massorna uppfylla för att sönderfallet ska ske?

PROBLEM 1

OMG



$$p^\mu = (E, 0, 0, E)$$

since $E \gg m$

Proton at rest



$$q^\mu = (m, 0, 0, 0)$$

$$E_{cm} (= \sqrt{s}) = \sqrt{(p^\mu + q^\mu)^2} = \sqrt{(E+m)^2 - E^2} =$$

$$= \sqrt{2Em + m^2} \simeq \sqrt{2Em} =$$

$$= \sqrt{2 \times 3.2 \times 10^{14} \text{ MeV} \times 938 \text{ MeV}} =$$

$$7.7 \times 10^7 \text{ MeV} = 7.7 \times 10^8 \text{ MeV}$$

PROBLEM 2

$$\lambda_0 = 558 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\text{MIN}} = 620 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\text{MAX}} = 750 \text{ nm}$$

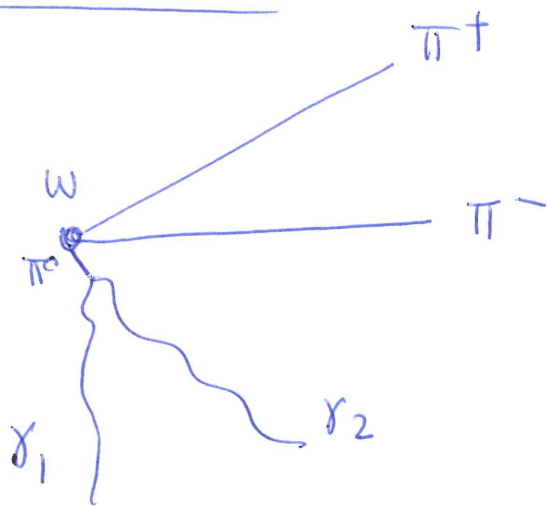
$$\lambda_{\text{MIN}} = \lambda_0 \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

$$\Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{\left(\frac{\lambda_{\text{MAX}}}{\lambda_0}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\lambda_{\text{MAX}}}{\lambda_0}\right)^2 + 1}$$

$$v_{\text{min}} = 0.105 \times c \approx 3.15 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{max}} = 0.287 \times c \approx 8.64 \times 10^7 \text{ m/s}$$

PROBLEM 3



All units
in MeV

$$E_{\gamma_1} = |P_{\gamma_1}| = \sqrt{(43.5)^2 + (75.1)^2 + (64.7)^2} = 108.$$

$$E_{\gamma_2} = |P_{\gamma_2}| = \dots = 65.2$$

$$\begin{aligned} P_{\pi^0}^\mu &= P_{\gamma_1}^\mu + P_{\gamma_2}^\mu = (E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2}, P_{\gamma_1} + P_{\gamma_2}) = \\ &= (173, 0.4, 106, 26.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{\pi^0}^2 &= P_{\pi^0}^\mu P_{\pi^0 \mu} = 173^2 - 0.4^2 - 106^2 - 26.5^2 \\ &= 17998 \Rightarrow m_{\pi^0} = 134 \text{ MeV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{\pi^-} &= \sqrt{m_{\pi^-}^2 + P_{\pi^-}^2} = \sqrt{139^2 + 34.5^2 + 44.6^2 + 1038^2} \\ &= 1049 \end{aligned}$$

$$E_{\pi^+} = \dots = 155$$

$$P_{\pi^-}^\mu = (1069, -34.5, -44.6, 1038)$$

$$P_{\pi^+}^\mu = (155, 3.92, 12.4, 66.2)$$

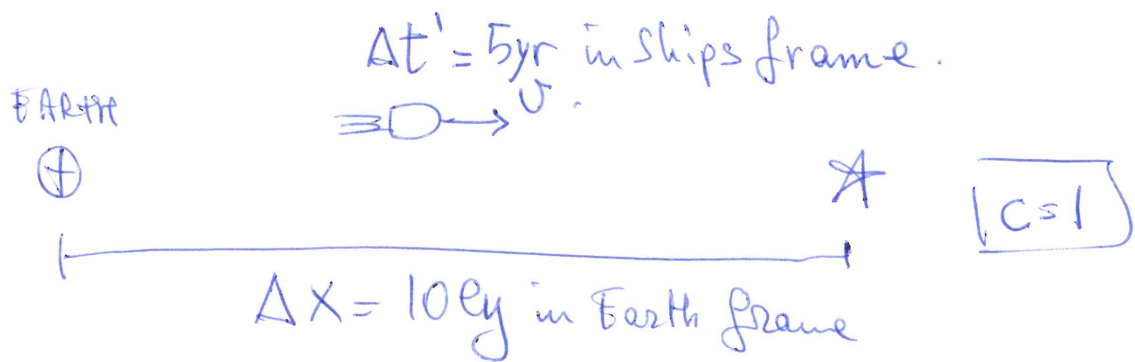
$$P_W^\mu = P_{\pi^+}^\mu + P_{\pi^0}^\mu + P_{\pi^-}^\mu = (1376, -30.18, 73.9, 1131)$$

$$m_W = \sqrt{P_W^\mu P_{W\mu}} =$$

$$= \sqrt{1376^2 - 30.18^2 - 73.9^2 - 1131^2} = 780$$

$$m_W = 780 \text{ MeV}$$

PROBLEM 4



$$\Delta x = \gamma (\Delta x' + v \Delta t')$$

$$10 = \gamma (0 + v \cdot 5) = \frac{5v}{\sqrt{1-v^2}}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{100}{100+25}} = 0.894 \quad (*c)$$

$(2/\sqrt{5})$

From Earth the whole trip takes

$$2 \times \frac{\Delta x}{v} = 22.4 \text{ yr.}$$